* BISIMULACE

- nechť $L = (S, A, \rightarrow)$ je LTS a nechť R je binární relace na S; říkáme, že R je silná bisimulace, pokud pro libovolnou dvojici $(p,q) \in R$ platí:

1. $\forall p' \in S, \alpha \in A : p \xrightarrow{\alpha} p' \Rightarrow \exists q' \in S : q \xrightarrow{\alpha} q' \land (p', q') \in R$
2. $\forall q' \in S, \alpha \in A : q \xrightarrow{\alpha} q' \Rightarrow \exists q' \in S : p \xrightarrow{\alpha} p' \land (p', q') \in R$

* BISIMULAČNÍ EKVIVALENCE

Říkáme, že dva dané stavy p a q jsou bisimulačně ekvivalentní (značíme $p \sim q$), pokud existuje bisimulace R, pro kterou platí $(p,q) \in R$. Takto definovaná relace $\sim$ je relací ekvivalence a také největší ekvivalencí na daném přechodovém systému, proto bývá označována jako maximální bisimulace nebo bisimulační ekvivalence

$\longrightarrow$ VLASTNOSTI

1. Diagonální relace $\Delta_S = \{(s,s) \mid s \in S\}$ je relací bisimulace.
2. Pokud R je bisimulace, tak R^{-1} je bisimulace.
3. Pokud R a S jsou bisimulace, tak $S \circ R$ je bisimulace.
4. Pokud R a S jsou bisimulace, tak $S \cup R$ je bisimulace.

* APROXIMUJÍCÍ BISIMULACE

Pro $i > 0$ definujeme i-tou aproximující bisimulaci $\sim_i$ jako relaci obsahující právě ty dvojice (p,q), pro které platí:

1. $\forall p \in S, \alpha \in A : p \xrightarrow{\alpha} p' \Rightarrow \exists q' \in S : q \xrightarrow{\alpha} q' \land p' \sim_{i-1} q'$
2. $\forall q \in S, \alpha \in A : q \xrightarrow{\alpha} q' \Rightarrow \exists q' \in S : p \xrightarrow{\alpha} p' \land p' \sim_{i-1} q'$

Dále definujeme $\sim_0 \overset{def}{=} S \times S$.
Intuitivně můžeme na relaci $\sim_i$ nahlížet jako na ztotožnění těch stavů, které nelze odlišit žádnou cestou délky i.

* pro každé $i \geq 0$ je $\sim_i$ relací ekvivalence
* pokud pro nějaké i platí $\sim_i = \sim_{i+1}$, pak také $\sim_{i+1} = \sim_{i+2}$
* pro každé $i > 0$ platí $p \not\sim_i q \Longrightarrow p \not\sim_{i+1} q$
* je-li $\sim_\infty \overset{def}{=} \bigcap_{i \geq 0} \sim_i$, pak pro konečné systémy platí $\sim = \sim_\infty$

JAZYKY NEKONEČNÝCH SLOV

* $pref(X) = \{u \in \Sigma^* \mid \exists v.\ uv \in X\}$
* $lim(X) = \{\alpha \in \Sigma^\omega \mid \exists^\omega n.\ \alpha[0,n] \in X\}$

ω - AUTOMATY

* přechodový systém A (s návěštími a počátečními stavy) = LTS definujeme:

  $A = (S, \Sigma, \Delta, S_{in})$;

  - S je množina stavů
  - Σ je konečná (vstupní) abeceda
  - $\Delta \subseteq S \times \Sigma \times S$ je přechodová relace
  - $S_{in} \subset S$ je množina počátečních stavů

- $(s, a, s') \in \Delta$ zapisujeme jako $s \xrightarrow{a} s'$ ($s \xrightarrow{a}_\Delta s'$)
- takto definovaný LTS je nedeterministický
- LTS je deterministický, pokud card $(S_{in}) = 1$ a přechodová relace je funkcí $\Delta : S \times \Sigma \to S$
- bez újmy na obecnosti předpokládáme, že Δ je totální

→ běh ρ systému A na slově ω je konečná posloupnost $s_0, s_1, \ldots, s_{n+1}$ stavů z S taková, že $\forall i.\ 0 < i \leq m : s_i \xrightarrow{a_i} s_{i+1}$

→ běh ρ systému A na ω-slově α je definován jako nekonečná posloupnost $\rho : \mathbb{N}_0 \to S$ taková, že $\forall i.\ i \in \mathbb{N}_0 : \rho(i) \xrightarrow{\alpha(i)} \rho(i+1)$

  - je-li navíc $\rho(0) \in S_{in}$, resp. $s_0 \in S_{in}$ → běh nazýváme iniciálním

~ BĚH je tedy posloupnost stavů, jimiž může A projít při postupném čtení slova dle pravidel přechodové relace

* $inf(\rho) = \{s \in S \mid \exists^\omega n.\ \rho(n) = s\}$ - množina symbolů z S, které se vyskytují v ω-slově ρ nekonečně často
* $occ(\rho) = \{s \in S \mid \exists n.\ \rho(n) = s\}$ - množina symbolů z S, které se v ρ vyskytují

● ω-automat

- nechť $A = (S, \Delta, S_{in})$ je LTS nad Σ, pak ω-automatem nazveme systém $\mathcal{A} = (A, Acc)$, kde Acc je akceptační podmínka

* ω-automat je deterministický $\Longleftrightarrow$ jeho LTS A je deterministický

DETERMINISTICKÉ ZÁS. AUTOMATY

* Řekneme, že PDA $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$ je DPDA, jestliže je splněno, že:

  1. pro všechna $q \in Q$ a $Z \in \Gamma$ platí: kdykoliv $\delta(q, \varepsilon, Z) \neq \emptyset$, pak $\delta(q, a, Z) = \emptyset$ pro všechna $a \in \Sigma$,
  2. pro žádné $q \in Q$, $Z \in \Gamma$ a $a \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}$ neobsahuje $\delta(q, a, Z)$ více než jeden prvek

Řekneme, že L je deterministický bezkontextový jazyk, právě když existuje DPDA M takový, že $L = L(M)$.

* Ke každému DPDA M lze sestrojit DPDA N takový, že $L_e(M) = L(N)$

* ROZŠÍŘENÝ DPDA

PDA $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$ je DPDA, pokud:

1. pro žádná $q \in Q$, $a \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}$ a $\gamma \in \Gamma^*$ neplatí $card(\delta(q, a, \gamma)) > 1$
2. je-li $\delta(q, a, \alpha) \neq \emptyset$, $\delta(q, a, \beta) \neq \emptyset$ a $\alpha \neq \beta$, pak ani α není předponou β ani β není předponou α.
3. je-li $\delta(q, a, \alpha) \neq \emptyset$, $\delta(q, \varepsilon, \beta) \neq \emptyset$ a $\alpha \neq \beta$, pak ani α není předponou β ani β není předponou α